

КРИТИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С КОЛЬЦЕВЫМИ ШВАМИ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ И ВНУТРЕННЕМ ДАВЛЕНИИ

В. Л. Дильман^а, Т. В. Карпета^б

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

^а *dilman49@mail.ru*, ^б *etv1980@mail.ru*

Рассматриваются условия нагружения тонкостенной цилиндрической оболочки, содержащей кольцевой слой из менее прочного материала, при её осевом сжатии и внутреннем давлении. Такими оболочками являются магистральные трубопроводы из бесшовных труб большого диаметра, содержащие кольцевые монтажные швы. Основным материалом оболочки и материал слоя — упругопластические упрочняемые. Пределы прочности и текучести у слоя ниже, чем эти величины у основного материала оболочки. Цель статьи — установить зависимости критических деформаций, напряжений и давлений на оболочку от её механических и геометрических параметров и условий нагружения. Метод исследования основан на применении критерия Свифта — Марциньяка потери стабильности процесса пластического деформирования материала с использованием новых аппроксимаций диаграмм деформирования. Получены явные аналитические выражения для искомых величин. Результаты позволяют определять критические давления и осевые нагрузки при данных условиях нагружения и толщины стенок трубопроводов при заданном рабочем давлении.

Ключевые слова: тонкостенная цилиндрическая оболочка, бесшовная труба большого диаметра, кольцевой монтажный шов, пластическая стабильность, критерий Свифта, диаграмма деформирования, критические деформации и напряжения, локализация пластической деформации.

1. Введение

Работа магистрального трубопровода в сложных условиях, когда на трубопровод могут действовать осевые нагрузки вследствие температурных колебаний и особых условий работы трубопровода (под водой, в местности с подвижными грунтами, в горных условиях, в районах с высокой сейсмической активностью [1–3; 4, п. 9.5.9]), может приводить к двухосному нагружению стенки трубы [5; 6]. Более того, осевые напряжения σ_2 в стенке трубы могут оказаться противоположными по знаку кольцевым напряжениям σ_1 , т. е. коэффициент двухосности нагружения трубы $m = \sigma_1/\sigma_2 < 0$. В окрестности сварных соединений кольцевых монтажных швов трубопроводов (зонах термического влияния или зонах сплавления) могут находиться участки разупрочнения — слои из металла, предел текучести и временное сопротивление которых ниже, чем у основного металла трубы. Наряду с условиями нагружения механическая неоднородность и геометрия сварных соединений

оказывают наибольшее влияние на прочность трубопровода. Исследование критических состояний тонкостенных цилиндрических оболочек (ТЦО) проводилось в работах [7–16], в том числе в [9–17] изучалось влияние $m = \sigma_1/\sigma_2$ на параметры критических состояний ТЦО и труб в составе трубопроводов. В этих работах критические состояния ТЦО из упрочняемых материалов определялись на основе критерия Свифта — Марциньяка (СМ) потери стабильности пластического деформирования ТЦО [18; 19] по методике, заложенной в [9]. В работе рассматривается напряжённо-деформированное состояние (НДС) кольцевого слоя из менее прочного, чем основной, упрочняемого материала в составе ТЦО, подверженной монотонному статическому нагружению внутренним давлением и осевой сжимающей силой, в критический момент нагружения. Цель работы — исследование НДС менее прочного слоя ТЦО в критический момент нагружения указанного типа с помощью критерия СМ и с использованием новых аппроксимаций диаграмм деформирования; на этой основе — нахождение аналитических выражений для критических напряжений и деформаций в кольцевых слоях ТЦО (магистральных трубопроводов), критических давлений и осевых нагрузок на ТЦО, в зависимости от механических и геометрических параметров оболочек и слоёв, при осевом сжатии и внутреннем давлении.

2. Обозначения и допущения

Пусть $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — осевые, кольцевые и радиальные нормальные напряжения в стенке ТЦО соответственно, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ — осевые, кольцевые и радиальные логарифмические деформации стенки ТЦО соответственно, p — внутреннее или внешнее давление, N — осевая растягивающая или сжимающая сила, $m = \sigma_1/\sigma_2$ — коэффициент двухосности нагружения стенки ТЦО. Всюду в работе нижний индекс cr указывает на критическое значение данной величины, знаки «плюс» и «минус» как верхние индексы — на отношение данной величины к основному материалу (ОМ) ТЦО и материалу слоя соответственно. Если утверждение относится к материалу и оболочки, и слоя, индексы «плюс» и «минус» не ставятся. Материалы оболочки и слоя предполагаются упругопластическими упрочняемыми, однородными и изотропными, где σ_i и ε_i — интенсивности напряжений и деформаций в стенке оболочки или в слое. Основные параметры ТЦО и продольного слоя, рассматриваемые в работе, следующие. Геометрические параметры ТЦО: внутренний радиус R и толщина стенки t ; в начальный момент нагружения $R = R_0, t = t_0$; связь R и t с логарифмическими деформациями: $R = R_0 \exp \varepsilon_2, t = t_0 \exp \varepsilon_3$. Относительная толщина слоя $\chi = h/t$, где h — толщина слоя. Механические свойства материала ТЦО и материала слоя определяют следующие параметры:

- 1) пределы прочности (временные сопротивления) σ_B^+ и σ_B^- ОМ оболочки и слоя соответственно, $K = \sigma_B^+/\sigma_B^-$ — коэффициент механической неоднородности соединения;
- 2) пределы текучести σ_T^+ и σ_T^- ОМ оболочки и слоя соответственно;
- 3) модули упругости материалов ОМ и слоя;
- 4) показатели упрочнения n^+ и n^- ОМ оболочки и слоя соответственно при их деформировании в пластической зоне.

Предполагается выполнение «гипотезы единой кривой», т. е. диаграмма деформирования ОМ ТЦО и материала слоя имеет вид

$$\sigma_i = f(\varepsilon_i), \quad (1)$$

Выбор аппроксимации функции (1) существенно влияет на результаты теоретического исследования критических состояний оболочек. Зависимости, предложенные в [8; 20–22], не позволяют использовать критерий СМ либо приводят к необходимости только численно получать значения критических напряжений, деформаций, давлений и т. д. С другой стороны, степенной закон упрочнения для многих материалов удовлетворительно выполняется [23]. В работе используется непрерывная аппроксимация функции (1) [13, с. 22; 14, с. 27] вида

$$\sigma_i = f(\varepsilon_i) = \begin{cases} E\varepsilon_i, & 0 < \varepsilon_i \leq \varepsilon_T, \\ A(\varepsilon_i + B)^n, & A = (n - B)^{-n} \exp(n - B) \sigma_B, \quad \varepsilon_i \geq \varepsilon_T. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь ε_T — интенсивность деформации, соответствующая началу пластического течения материала: $f(\varepsilon_T) = \sigma_T$. Коэффициент A в формуле (2) вычислен с применением критерия СМ [13, с. 25–26; 14, с. 28–29], тогда как n и σ_B — характеристики материала, параметр B зависит от σ_T и требует определения. Из непрерывности функции (2) при $\varepsilon_i = \varepsilon_T$ следует трансцендентное уравнение для нахождения неизвестной B :

$$(n - B)^n \frac{\sigma_T}{\sigma_B} = e^{n-B} \left(\frac{\sigma_T}{E} + B \right)^n.$$

На рис. 1 показана зависимость параметра B от отношения σ_T/σ_B при различных значениях n .

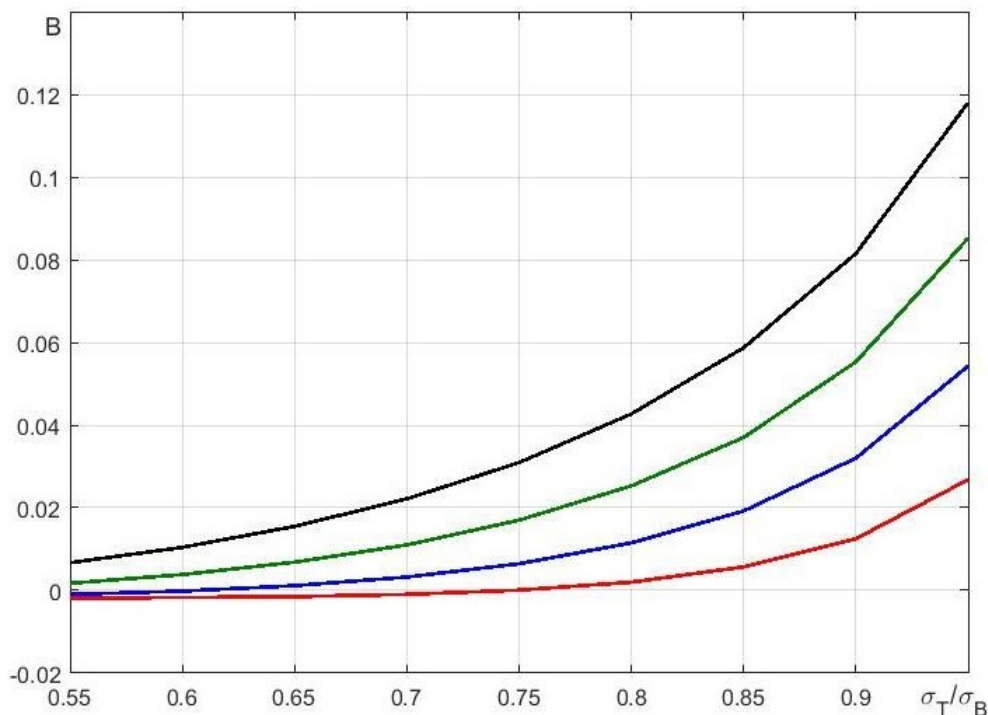


Рис. 1. Зависимость параметра B от отношения σ_T/σ_B при $n = 0.10$; $n = 0.15$; $n = 0.20$; $n = 0.25$, снизу вверх

3. Критическое состояние материала слоя

Напряжённо-деформированное состояние слоя под сжимающей нагрузкой рассматривалось в работах [24; 25]. Главные напряжения в стенке ТЦО рассчитываются [26, с. 220] по формулам

$$\sigma_1 = \frac{Rp}{2t} + \frac{N}{2\pi Rt}; \quad \sigma_2 = \frac{Rp}{t}; \quad \sigma_3 = p. \quad (3)$$

Третье равенство в (3) часто заменяют на приближённое $\sigma_3 \approx 0$. Действительно, так как в ТЦО $t \ll R$, из второго равенства (3) следует, что $p \ll \sigma_2$, поэтому $\sigma_3 \ll \sigma_2$. Отсюда $\sigma_3 \approx 0$. В менее прочном слое σ_3 могут заметно отклоняться от нуля вследствие возникновения сложного напряжённого состояния, приводящего к упрочнению материала слоя. Предполагаем, что в критический момент нагружения слоя ОМ находится на стадии упругого деформирования или устойчивого пластического упрочнения и оказывает сдерживающее влияние на слой, который в кольцевом направлении подвергается деформации, определяемой относительно малой деформацией ОМ. Поэтому в работе предполагается, что деформация слоя в кольцевом направлении $\varepsilon_2^- \approx 0$. По теории малых деформаций

$$\frac{3\varepsilon_i}{2\sigma_i} = \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1 - \sigma_0} = \frac{\varepsilon_2}{\sigma_2 - \sigma_0}, \quad \sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}, \quad \frac{3\varepsilon_i^-}{2\sigma_i^-} = \frac{2\varepsilon_1^-}{\sigma_1^- - \sigma_3^-}. \quad (4)$$

Сечениями слоя наименьшей площади (нетто-сечениями), по которым следует рассчитывать осевую критическую нагрузку, в частности критические напряжения σ_{1cr} , являются при сжатии контактные поверхности. Кольцевые напряжения σ_2 в МП слое не вызывают деформаций в направлении этого слоя, отличных от деформаций ОМ. Максимум касательных напряжений τ_{13} в плоскости, ортогональной направлению слоя (т. е. плоскости, проходящей через ось ТЦО), около контактной поверхности в слое в критический момент нагружения при $K < 1.5$ [14, с. 83] приближённо вычисляется по формуле $\tau_{13cr} \approx (K - 1)k^-$ (приведённая в [14] более точная, но громоздкая формула даёт отличие не более одного процента). Тогда, используя формулу (3.2.20) из [14, с. 83], среднее значение τ_{13} по толщине оболочки на контактной поверхности в критический момент нагружения при $\chi \leq 0,5$ можно оценить величиной

$$\tau_{13av}^- \approx \alpha k^-, \quad \alpha \approx (K - 1) \left(\frac{1}{2} + \frac{2\chi}{K + 1} \right).$$

Условие пластичности в данном случае имеет вид $\sigma_i^- = \sqrt{3}k^-$ или

$$(\sigma_1^- - \sigma_3^-)^2 + 4(\tau_{13}^-)^2 = 4(k^-)^2.$$

Следовательно, в критический момент

$$\sigma_3^- - \sigma_1^- = 2\sqrt{1 - \alpha^2}k^- \approx \frac{2\sqrt{1 - \alpha^2}\sigma_i^-}{\sqrt{3}}. \quad (5)$$

Пусть g , $1 \leq g < K$ — коэффициент контактного упрочнения слоя [27], т. е. отношение критической осевой нагрузки на ТЦО с кольцевым слоем из менее прочного материала к критической нагрузке ТЦО, изготовленной из материала слоя. В широких слоях, при $\chi \geq 1$, контактное упрочнение отсутствует, т. е. $g = 1$; при $0,5 \leq \chi \leq 1$ оно не намного больше единицы: $g \approx 1$, и его можно не учитывать. Формулы для нахождения g приведены в [13, с. 103; 14, с. 105–106] и др. В критический момент нагружения

$$\sigma_1^- = 2gk^- = \frac{2g}{\sqrt{3}}\sigma_i^- \quad (6)$$

и в силу (4) и (5)

$$\varepsilon_1^- = \frac{\sqrt{3(1 - \alpha^2)}}{2}\varepsilon_i^-. \quad (7)$$

При расчёте интенсивности напряжений на нетто-сечении слоя в критический момент нагружения можно пренебречь кривизной ТЦО, приняв во внимание малую величину кривизны. Внутреннее давление в ТЦО тоже мало влияет на напряжённое состояние кольцевого слоя, так как в оболочке малы кольцевые деформации. Поэтому рассмотрим прямоугольный фрагмент плоского листового образца, содержащий слой из менее прочного материала, контактные границы которого параллельны торцевым граням листа и ортогональны направлению напряжений σ_1 . Пусть h — толщина (высота) слоя, $t = t_0 \exp(\varepsilon_3^-)$ и L — толщина и ширина фрагмента, N — внешняя сила, действующая в направлении σ_1 . ОМ препятствует деформированию слоя в кольцевом направлении (направлении действия напряжений σ_2), поэтому $L = L_0$ — постоянная. В критический момент нагружения N постоянна при возрастании деформаций,

$$\sigma_1^- = \frac{N}{tL} = \frac{N}{t_0 \exp(\varepsilon_3^-) L_0} = \frac{N}{t_0 L_0} \exp(\varepsilon_1^-).$$

Тогда из (6) и (7) следует, что около контактной поверхности

$$\sigma_i^- = \frac{\sqrt{3}}{2g} \sigma_1^- = \frac{\sqrt{3}}{2g} \frac{N}{t_0 L_0} \exp(\varepsilon_1^-) = \frac{\sqrt{3}}{2g} \frac{N}{t_0 L_0} \exp\left(\frac{\sqrt{3}(1-\alpha^2)}{2} \varepsilon_i^-\right). \quad (8)$$

Используя критерий СМ, найдём критические значения $\varepsilon_{i\,cr}^-$. Для этого приравняем производные зависимостей σ_i^- (2) и (8) по переменной ε_i^- . Получим

$$\varepsilon_{i\,cr}^- = \frac{2n^-}{\sqrt{3}(1-\alpha^2)} - B^-. \quad (9)$$

Как следует из (7) и (9), около контактной поверхности

$$\varepsilon_{1\,cr}^- = n^- - \frac{\sqrt{3}(1-\alpha^2)}{2} B^-. \quad (10)$$

Подставив правую часть (9) в (2), получим формулы для вычисления критической интенсивности напряжений:

$$\sigma_{i\,cr}^- = \left(\frac{2e}{\sqrt{3}(1-\alpha^2)}\right)^n \frac{\sigma_B^-}{\left(1 - \frac{B}{n}\right)^n e^{B^-}} \approx \left(\frac{2e}{\sqrt{3}(1-\alpha^2)}\right)^n \frac{\sigma_B^-}{1 - \frac{B^2}{2n} - \frac{B^3}{3n^2}}.$$

Как правило, B^2/n мало. Например, при $n = 0.15$ и $\sigma_T/\sigma_B = 0,7B^2/n = 0.0001$. Поэтому предыдущую формулу можно упростить без заметной потери точности:

$$\sigma_{i\,cr}^- \approx \left(\frac{2e}{\sqrt{3}}\right)^n (1-\alpha^2)^{-n/2} \sigma_B^- \approx e^{1,144n} \left(1 + \frac{n\alpha^2}{2}\right) \sigma_B^- \approx e^{1,144n} \left(1 + \frac{n\alpha^2}{2}\right) \sigma_B^-.$$

Здесь и в предыдущей формуле $n = n^-$. Из (10) следует, что в отличие от показателя n влияние σ_T на критические напряжения незначительно. Вычислим величину критической сжимающей силы, которая лимитируется прочностью слоя. Используем в качестве нетто-сечения сечение слоя по контактной поверхности, имеющее площадь $2\pi R_0 t_0$. Из (6) и (10) следует

$$\sigma_{1\,cr}^- \approx \frac{2^{1+n} g e^n}{\sqrt{3}^{1+n}} \sigma_B^- \approx \frac{2g(1+1,144n^-)(1+0,5n^-\alpha^2)}{\sqrt{3}} \sigma_B^-.$$

Отсюда

$$N_{1\,cr}^- = 2\pi R_0 t_0 \sigma_{1\,cr}^- \approx \frac{4\pi R_0 t_0 g (1+1,144n^-)(1+0,5n^-\alpha^2)}{\sqrt{3}} \sigma_B^-. \quad (11)$$

4. Критическое состояние основного материала оболочки

Критическое состояние однородной ТЦО изучалось в работах [1; 7–14; 16] и др. В [1] получены формулы для вычисления критических интенсивности деформации и давления в бесшовной трубе под действием внутреннего давления и осевого сжатия, в которых используются зависимости (1), не учитывающие влияния σ_T^+ . Применяя методы работы [1], получим уточнённые, благодаря введению параметра B , зависимости для критических деформаций и внутреннего давления (используем обозначение $s = \sqrt{m^2 - m + 1}$):

$$(\varepsilon_i^+)_{cr} = \begin{cases} \frac{2sn}{2-m} - B, & m \leq -1; \\ \frac{2sn}{3} - B, & -1 \leq m < 0.5. \end{cases}$$

Так как $\varepsilon_2 = \frac{2-m}{2s}\varepsilon_i$, отсюда следует, что

$$(\varepsilon_2^+)_{cr} = \begin{cases} n - \frac{(2-m)B}{2s}, & m \leq -1; \\ \frac{(2-m)n}{3} - \frac{(2-m)B}{2s}, & -1 \leq m < 0.5, \end{cases} \quad (12)$$

$$p_{cr}^+ = \begin{cases} \left(\frac{2}{2-m} \right)^n \exp \left(B \left(\frac{2-m}{2s} - 1 \right) \right) \frac{t_0}{s^{1-n} R_0} \sigma_B^+, & m \leq -1; \\ \left(\frac{2}{3} \right)^n \exp \left(B \left(\frac{3}{2s} - 1 \right) \right) \frac{t_0}{s^{1-n} R_0} \sigma_B^+, & -1 \leq m < 0.5. \end{cases} \quad (13)$$

Используя формулы (5), а также (12) и (13), получим критическую осевую нагрузку в бесшовной трубе (ТЦО):

$$N_{cr}^+ = \pi p_{cr}^+ (2m - 1) R^2 = \pi p_{cr}^+ (2m - 1) R_0^2 \exp(2\varepsilon_2^+). \quad (14)$$

5. Критическое состояние трубопровода под действием сжимающей осевой силы и внутреннего давления.

Вычислительные эксперименты

Критическая осевая нагрузка на трубопровод с кольцевым монтажным швом, содержащим прослойку из менее прочного материала, вычисляется по формуле $|N_{cr}| = \min(|N_{cr}^-|, |N_{cr}^+|)$, где осевые нагрузки на шов и основной материал N_{1cr}^- и N_{1cr}^+ вычисляются по формулам (11), (14) соответственно. Заметим, что если $m \approx 0$, т. е. основная нагрузка на трубопровод — внутреннее давление, то кольцевая менее прочная прослойка не снижает прочности соединения, так как её кольцевые деформации ε_2^- сдерживаются кольцевыми деформациями основного металла. При существенном осевом сжатии сказывается меньшая прочность кольцевой прослойки, т. е. прочность трубопровода лимитируется прочностью кольцевого шва. Какая из величин N_{1cr}^- и N_{1cr}^+ меньше по модулю, зависит от механических и геометрических параметров труб и сварных швов и параметра двухосности m в начальный момент нагружения. Обозначим граничное значение этого параметра через m^* : если $|m| > |m^*|$, то разрушение происходит по шву; иначе по основному металлу в виде продольной шейки. Зависимости от m и различных параметров трубы и слоя:

(11) — критической осевой нагрузки на кольцевой шов и (14) — на трубу, — представлены на рис. 2. Нижняя кривая — зависимость (14) при $n = 0,10$, верхняя — при $n = 0,15$. Нижняя прямая — зависимость (11) при $\chi = 0,40$, верхняя — при $\chi = 0,20$. Коэффициент механической неоднородности соединения $K = 1,3$. При $n = 0,15$, $\chi = 0,40$ $m^* \approx -0,96$; при $n = 0,10$, $\chi = 0,40$ $m^* \approx -1,2$; при $n = 0,15$, $\chi = 0,20$ $m^* \approx -1,28$; при $n = 0,10$, $\chi = 0,20$ $m^* \approx -1,7$.

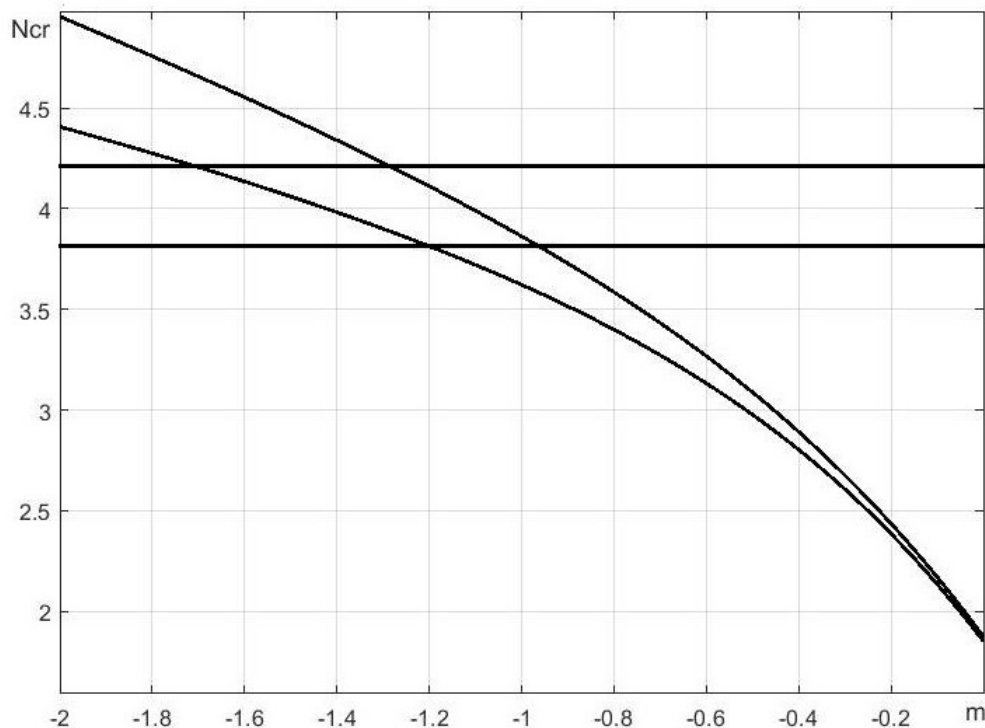


Рис. 2. Зависимость критической сжимающей силы N_{cr} от m при внутреннем давлении и осевом сжатии; $K = 1,3$, $\sigma_B^+ = 520 \text{ MPa}$, $\sigma_B^- = 400 \text{ MPa}$, $t_0 = 17 \text{ mm}$, $R_0 = 610 \text{ mm}$, N_{cr}^- : $n = 0,10$ — нижняя прямая, $n = 0,15$ — верхняя прямая; N_{cr}^+ : $\chi = 0,2$ — верхняя кривая, $\chi = 0,4$ — нижняя кривая

Список литературы

1. Eiber P. J. Outside force causes most natural gas pipeline failures // Oil and Gas Journal. 1987. Vol. 85, no. 11. P. 52–57.
2. Hector S. S., Carlos S. C. Deformation of steel pipes with internal pressure under axial compression and bending load under seismic action // The 14-th World Conference on Earthquake Engineering. Beijing, China, October 12–17, 2008.
3. Дильман В. Л. Математическое моделирование критических состояний тонкостенных цилиндрических оболочек при внутреннем давлении и осевом сжатии // Вестн. ЮУрГУ. Сер. Математика, механика, физика. 2019. Т. 11, № 4. P. 39–46.
4. Черняев В. Д., Черняев К. В., Березин В. Л. и др. Системная надежность трубопроводного транспорта углеводородов. М. : Недра, 1997.
5. Магистральные трубопроводы. СНиП 2.05.06-85*. М., 2013.
6. Бородавкин П. П., Березин В. Л. Сооружение магистральных трубопроводов. М. : Недра, 1987.
7. Моношков А. Н., Пыхов С. И., Пустин И. А. Пластическая устойчивость и её роль в оценке прочности труб. Производство труб с покрытиями, отделка и контроль качества труб. М. : Металлургия, 1972.
8. Куркин С. А. Прочность сварных тонкостенных сосудов, работающих под давлением. М. : Машиностроение, 1976.

9. **Ковальчук Г. И.** К вопросу о потере устойчивости пластического деформирования оболочек // Проблемы прочности. 1983. № 5. С. 11–16.
10. **Дильман В. Л., Остсемин А. А.** О влиянии двухосности нагружения на несущую способность труб магистральных газонефтепроводов // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2000. № 5. С. 179–185.
11. **Дильман В. Л., Остсемин А. А.** О потере пластической устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2002. № 5. С. 50–57.
12. **Дильман В. Л.** Пластическая неустойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2005. № 4. С. 165–175.
13. **Дильман В. Л.** Математические модели напряжённых состояний неоднородных тонкостенных цилиндрических оболочек. Челябинск : Издат. центр ЮУрГУ, 2007.
14. **Дильман В. Л., Ерошкина Т. В.** Математическое моделирование критических состояний мягких прослоек в неоднородных соединениях. Челябинск : Издат. центр ЮУрГУ, 2011.
15. **Dilman V. L., Karpeta T. V.** Critical state of a thin-walled cylindrical shell containing an interlayer fabricated from a material of lesser strength // Chemical and Petroleum Engineering. 2014. Vol. 49, iss. 9–10. P. 668–674.
16. **Карпета Т. В.** Математическое моделирование условий разрушения тонкостенных цилиндрических оболочек при внешнем давлении и осевом растяжении // Вестн. ЮУрГУ. Сер. Математика, механика, физика. 2019. Т. 11, № 4. С. 47–55.
17. **Dilman V. L., Karpeta T. V.** Critical states of longitudinal seam pipes of large diameter under axial compression and internal pressure // Челяб. физ.-мат. журн. 2021. Т. 6, вып. 2. С. 208–216.
18. **Swift H.** Plastic instability under plane stress // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1952. Vol. 1, iss. 1. P. 1–18.
19. **Marciniak Z.** Utrata stateczności rozciąganych powłok plastycznych // Mech. teoretyczna i stosowana. 1966. Vol. 4, no. 3. P. 209–220.
20. **Фрейтаг В. А.** Исследование несущей способности цилиндрических обечаек и уточнение методики их расчёта // Химическое машиностроение. 1963. № 1. С. 20–28.
21. **Лупин В. А., Пашков Ю. Н., Курганова Н. Н.** Критерии пластической устойчивости газопроводов. Проблемы ресурса газопроводных конструкций. М. : ВНИИГАЗ, 1995. С. 101–108.
22. **Воронцов А. Л.** Об аппроксимации кривых упрочнения // Вестник машиностроения. 2002. № 1. С. 51–54.
23. **Кроха В. А.** О зависимости показателя деформационного упрочнения от степени деформации и выполнении степенного закона упрочнения // Проблемы прочности. 1981. № 8. С. 72–77.
24. **Dilman V. L., Dheyab A. N.** Critical state of thin underlayers under tensile afford // Journal of Computational and Engineering Mathematics. 2018. Vol. 5, iss. 4. P. 3–15.
25. **Dilman V. L., Karpeta T. V., Dheyab A. N.** Stress-strain state of a pplates // Materials Science Forum. 2019. Vol. 946. P. 768–774.
26. **Писаренко Г. С.** Деформирование и прочность материалов при сложном напряжённом состоянии. Киев : Наукова думка, 1976.
27. **Бакши О. А., Ерофеев В. В., Шахматов М. В. и др.** О влиянии степени механической неоднородности на статическую прочность сварных соединений // Сварочное производство. 1983. № 4. С. 1–4.

Поступила в редакцию 12.06.2023.

После переработки 21.08.2023.

Сведения об авторах

Дильман Валерий Лейзерович, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой математического анализа и методики преподавания математики, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет), Челябинск, Россия; e-mail: dilman49@mail.ru.

Карпета Татьяна Васильевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и программирования, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет), Челябинск, Россия; e-mail: karpetatv@susu.ru.

CRITICAL STATES OF THIN-WALLED CYLINDRICAL SHELLS WITH ANNULAR SEAMS UNDER AXIAL COMPRESSION AND INTERNAL PRESSURE

V.L. Dilman^a, T.V. Karpeta^b

South Ural State University (National Research University), Chelyabinsk, Russia

^adilman49@mail.ru, ^bkarpetatv@susu.ru

We consider the loading conditions of a thin-walled cylindrical shell containing an annular layer of less durable material under its axial compression and internal pressure. The main pipeline of seamless pipes of large diameter containing annular mounting seams is considered as an application. The main material of the shell and the material of the layer are elastoplastic hardenable. The limits of strength and yield strength of the layer are lower than these values of the base material. The purpose of the article is to establish the dependences of critical deformations, stresses and pressures on the shell on its mechanical and geometric parameters and loading conditions. The research method is based on the application of the Swift – Marciniak criterion for the loss of stability of the process of plastic deformation of the material using new approximations of deformation diagrams. Explicit analytical expressions for the required quantities are obtained. The results make it possible to determine the critical pressures under given loading conditions and the pipeline wall thicknesses at a given operating pressure.

Keywords: *thin-walled cylindrical shell, large diameter seamless pipe, annular mounting seam, plastic stability, Swift criterion, deformation diagram, critical deformations and stresses, localization of plastic deformation.*

References

1. **Eiber P.J.** Outside force causes most natural gas pipeline failures. *Oil and Gas Journal*, 1987, vol. 85, no. 11, pp. 52–57.
2. **Hector S.S., Carlos S.C.** Deformation of steel pipes with internal pressure under axial compression and bending load under seismic action. *The 14-th World Conference on Earthquake Engineering*. Beijing, China, October 12–17, 2008.
3. **Dilman V.L.** Matematicheskoe modelirovanie kriticheskikh sostoyaniy tonkostennykh tsilindricheskikh obolochek pri vnutrennem davlenii i osevom szhatii [Mathematical modeling of critical states of thin-walled cylindrical shells under internal pressure and axial compression]. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Matematika. Mekhanika. Fizika* [Bulletin of South Ural State University. Ser. Mathematics. Mechanics. Physics], 2019, vol. 11, no. 4, pp. 39–46. (In Russ.).
4. **Chernyaev V.D., Chernyaev K.V., Berezin V.L., et al.** *Sistemnaya nadyozhnost' truboprovodnogo transporta uglevodorodov* [System reliability of pipeline transport of hydrocarbons]. Moscow, Nedra Publ., 1997. (In Russ.).
5. *Magistral'nye truboprovody. SNiP 2.05.06-85** [Magistral pipelines. BCaR 2.05.06-85*]. M., 2013. (In Russ.).
6. **Borodavkin P.P., Berezin V.L.** *Sooruzheniye magistral'nykh truboprovodov* [Construction of magistral pipelines]. Moscow, Nedra Publ., 1987. (In Russ.).
7. **Monoshkov A.N., Pykhov S.I., Pustin I.A.** Plasticheskaya ustoychivost' i eyo rol' v otsenke prochnosti trub [Plastic stability and its role in assessing the strength of pipes]. *Proizvodstvo trub s pokrytiyami, otdelka i kontrol' kachestva trub* [Production of coated pipes, finishing and quality control of pipes]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1972. Pp. 77–81. (In Russ.).

8. **Kurkin S.A.** *Prochnost' svarnykh tonkostennykh sosudov, rabotayuschikh pod davleniem* [Strength of welded thin-walled pressure vessels]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1976. (In Russ.).
9. **Koval'chuk G.I.** K voprosu o potere ustoychivosti plasticheskogo deformirovaniya obolochek [On the question of the loss of stability of plastic deformation of shells]. *Problemy prochnosti* [Strength of Materials], 1983, no. 5, pp. 11–16. (In Russ.).
10. **Dilman V.L., Ostsemin A.A.** O vliyani dvukhosnosti nagruzheniya na nesushchuyu sposobnost' trub magistral'nykh gazonefteprovodov [On the effect of bi-axial loading on the carrying capacity of pipes for gas and oil main pipelines]. *Izvestiya RAN. Mekhanika tvyordogo tela* [News of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of Solid], 2000, no. 5, pp. 179–185. (In Russ.).
11. **Dilman V.L., Ostsemin A.A.** O potere plasticheskoy ustoychivosti tonkostennykh tsilindricheskikh obolochek [On the loss of plastic stability of thin-walled cylindrical shells]. *Problemy mashinostroyeniya i nadyozhnosti mashin* [Journal of Machinery Manufacture and Reliability], 2002, no. 5, pp. 50–57. (In Russ.).
12. **Dilman V.L.** Plasticheskaya neustoychivost' tonkostennykh tsilindricheskikh obolochek [Plastic instability of thin-walled cylindrical shells]. *Izvestiya RAN. Mekhanika tvyordogo tela* [News of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of Solid], 2005, no. 4, pp. 165–175. (In Russ.).
13. **Dilman V.L.** *Matematicheskiye modeli napryazhyonnykh sostoyaniy neodnorodnykh tonkostennykh tsilindricheskikh obolochek* [Mathematical models of stress states of thin-walled heterogeneous cylindrical shells]. Chelyabinsk, South Ural State University, 2007. (In Russ.).
14. **Dilman V.L., Eroshkina T.V.** *Matematicheskoye modelirovaniye kriticheskikh sostoyaniy myagkikh prosloyek v neodnorodnykh soyedineniyakh* [Mathematical modeling of soft interlayers in heterogeneous joints]. Moscow, Metallurgiya Publ., 2011. (In Russ.).
15. **Dilman V.L., Karpeta T.V.** Critical state of a thin-walled cylindrical shell containing an interlayer fabricated from a material of lesser strength. *Chemical and Petroleum Engineering*, 2014, vol. 49, iss. 9–10, pp. 668–674.
16. **Karpeta T.V.** Matematicheskoye modelirovaniye usloviy razrusheniya tonkostennykh tsilindricheskikh obolochek pri vneshnem davlenii i osevom rastyazhenii [Mathematical modeling of damage conditions of thin-walled cylindrical shells under external pressure and axial tension] *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Matematika. Mekhanika. Fizika* [Bulletin of South Ural State University. Ser. Mathematics. Mechanics. Physics], 2019, vol. 11, no. 4, pp. 47–55. (In Russ.).
17. **Dilman V.L., Karpeta T.V.** Critical states of longitudinal seam pipes of large diameter under axial compression and internal pressure. *Chelyabinsk Physical and Mathematical Journal*, 2021, vol. 6, iss. 2, pp. 208–216.
18. **Swift H.** Plastic instability under plane stress. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1952, vol. 1, no. 1, pp. 1–18.
19. **Marciniak Z.** Utrata statecznosci rozciaganych powlok plastyznych [Loss of stability of tensile coatings plastic]. *Mech. teoretyzna i stosowona* [Theoretical and applicable mechanics], 1966, vol. 4, no. 3, pp. 209–220. (In Polish).
20. **Freitag V.A.** Issledovaniye nesushchey sposobnosti tsilindricheskikh obechayek i utochneniye metodiki ikh raschyota [Investigation of the bearing capacity of cylindrical shells and refinement of their calculation methods]. *Khimicheskoye mashinostroyeniye* [Chemical engineering], 1963, no. 1, pp. 20–28. (In Russ.).
21. **Lupin V.A., Pashkov Yu.N., Kurganova N.N.** Kriterii plasticheskoy ustoychivosti gazoprovodov [Criteria of plastic stability of gas pipelines]. *Problemy resursa gazoprovodnykh konstruksiy* [Resource problems of gas pipeline structures]. Moscow, VNIIGAZ Publ., 1995. Pp. 101–108. (In Russ.).
22. **Vorontsov A.L.** Ob approksimatsii krivykh uprochneniya [On the approximation of the hardening curves]. *Vestnik mashinostroyeniya* [Bulletin of mechanical engineering], 2002, no. 1, pp. 51–54. (In Russ.).

23. **Krokha V.A.** O zavisimosti pokazatelya deformatsionnogo uprochneniya ot stepeni deformatsii i vypolnenii stepennogo zakona uprochneniya [On the dependence of the strain hardening index on the degree of deformation and the implementation of the power law of hardening]. *Problemy prochnosti* [Strength of materials], 1981, no. 8, pp. 72–77. (In Russ.).
24. **Dilman V.L., Dheyab A.N.** Critical state of thin underlayers under tensile afford. *Journal of Computational and Engineering Mathematics*, 2018, vol. 5, iss. 4, pp. 3–15.
25. **Dilman V.L., Karpeta T.V., Dheyab A.N.** Stress-strain state of a plastic layer under compression by two rigid parallel rough plates. *Materials Science Forum*, 2019, vol. 946, pp. 768–774.
26. **Pisarenko G.S.** *Deformirovaniye i prochnost' materialov pri slozhnom napryazhyonnom sostoyanii* [Deformation and strength of materials under complex stress conditions]. Kiev, Naukova dumka [Scientific thought], 1976. (In Russ.).
27. **Bakshi O.A., Erofeev V.V., Shahmatov M.V., et al.** O vliyani stepeni mekhanicheskoy neodnorodnosti na staticheskuyu prochnost' svarykh soyedineniy [On the influence of the degree of mechanical heterogeneity on the static strength of welded joints]. *Svarochnoye proizvodstvo* [Welding production], 1983, no. 4, pp. 1–4. (In Russ.).

Article received 12.06.2023.

Corrections received 21.08.2023.