Челябинский физико-математический журнал. 2020. Т. 5, вып. 3. С. 306–315.

УДК 517.977 DOI: 10.47475/2500-0101-2020-15305

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХИ

С. А. Никитина[a], **В. И. Ухоботов**[b]

Челябинский государственный университет, Челябинск, Россия
[a]*nikitina@csu.ru*, [b]*ukh@csu.ru*

Предложен подход для решения задачи управления запасами в дискретном случае. Рассмотрен управляемый процесс, продолжительность которого известна. Решается задача удержания фазовой точки в заданном семействе множеств в дискретные моменты времени. Рассмотрен случай, когда вектограмма управления и заданное семейство множеств являются многогранниками, заданными с помощью системы линейных неравенств. Предполагается, что для многогранников выполнено определённое свойство линейности. Записан алгоритм построения управления, которое обеспечивает удержание фазовой точки в заданном семействе множеств при любой допустимой реализации помехи. В практической части работы показано применение полученных результатов на примере.

Ключевые слова: *дискретная задача управления, задача управления запасами, многогранная область управления, задача удержания.*

Введение

В работах [1; 2] рассматривались задачи удержания, в которых цель управления состоит в том, чтобы фазовая точка находилась в заданных множествах в некоторые моменты времени. В [3] задача удержания решена для динамической системы при наличии помехи и с заданным множеством моментов коррекции. В статье [4] была рассмотрена задача удержания фазовой точки в заданном семействе множеств в дискретные моменты времени, приведены необходимые и достаточные условия возможности удержания.

В данной статье продолжается исследование, начатое в приведённых выше работах. Рассмотрена дискретная модель управляемого процесса, в котором вектограмма и цель управления определяются многогранниками, задаваемыми с помощью системы линейных неравенств. Построено управление, которое обеспечивает удержание фазовой точки в заданном семействе множеств при любой допустимой реализации помехи.

Отметим, что дискретные процессы управления возникают, как правило, при решении прикладных задач [5; 6]. Это связано с тем, что зачастую информация о состоянии процесса поступает в дискретные моменты времени, а управление осуществляется по шагам.

1. Постановка задачи

Рассмотрим дискретную модель управления запасами [5]

$$z_{i+1}(t+1) = z_i(t) + w_i(t) + v_i(t),\ i = 1, \ldots, n.$$

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 18-01-00264_а).

Здесь $z_i(k)$ — количество товара i-го вида, имеющегося в наличии на складе в k-й период времени, $w_i(k)$ — количество произведённого товара i-го вида за период k, $v_i(k)$ — количество товара i-го вида, отгруженного со склада в k-й период. Отметим, что величина $v_i(k)$ определяется спросом на товар. Поскольку спрос заранее неизвестен, то $v_i(k)$ может рассматриваться как помеха. Область значений $v(k) = (v_1(k), \ldots, v_n(k))$ принадлежит некоторому множеству $V \subset \mathbb{R}^n$. Величина $w_i(t)$ понимается как управление, которое позволяет контролировать уровень запаса товара на складе.

Способ организации производства определяет в каждый момент времени ограничения следующего вида: $\gamma_i(t) \leq w_i(t) \leq \gamma_{i+n}(t)$, $i = 1, 2, \ldots, n$. После замены переменных $u_i(t) = -w_i(t)$ уравнения модели управления запасами принимают вид $z_{i+1}(t+1) = z_i(t) - u_i(t) + v_i(t)$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Ограничения запишутся в виде

$$u_i(t) \leq -\gamma_i(t),\ -u_i(t) \leq \gamma_{i+n}(t),\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Введём векторы $a_i = (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0) \in \mathbb{R}^n$, где единица стоит на i-м месте. Обозначим $u = (u_1, \ldots, u_i, \ldots, u_n) \in \mathbb{R}^n$, тогда ограничение на u будет

$$\langle a_i, u(t) \rangle \leq -\gamma_i(t),\ \langle -a_i, u(t) \rangle \leq \gamma_{i+n}(t),\ i = 1, \ldots, n.$$

(С помощью $\langle a, u \rangle$ обозначено скалярное произведение векторов a и u в $\mathbb{R}^n$.) Таким образом, приходим к задаче, в которой вектограмма управления задаётся системой линейных неравенств.

Рассмотрим теперь задачу в общем виде. Пусть задан дискретный управляемый процесс

$$z(t+1) = z(t) - u(t) + v(t), \tag{1}$$

где $z \in \mathbb{R}^n$, $v(t) \in V(t) \subset \mathbb{R}^n$, $u(t) \in U(t) \subset \mathbb{R}^n$, $t = 0, 1, \ldots, p$. Здесь u — значения управления, v — значения помехи. Считаем, что $p \geq 1$ — заданное число шагов процесса управления. Множество $V(t)$ при каждом $t = 0, 1, \ldots, p$ является выпуклым компактом в $\mathbb{R}^n$.

Предполагаем, что $U(t) = A(\alpha(t))$. Здесь $A(y)$ — многогранник, задаваемый с помощью фиксированного набора из q векторов $c_j \in \mathbb{R}^n$ системой линейных неравенств

$$A(y) = \{z \in \mathbb{R}^n : \langle c_j, z \rangle \leq y_j,\ j = 1, 2, \ldots, q\}. \tag{2}$$

Далее будет рассмотрен случай, когда многогранник (2) удовлетворяет условию

$$A(y + y^*) = A(y) + A(y^*). \tag{3}$$

В работах [4; 7] приведены виды многогранников, удовлетворяющих условию (3), а именно, параллелепипед и симплекс, а также прямое произведение параллелепипеда и симплекса. Отметим, что в задаче управления запасами условие (3) выполнено, поскольку векторамма управления является параллелепипедом.

Из теоремы о совместности системы линейных неравенств, доказанной в [8], многогранник (2) не пуст тогда и только тогда, когда $y \in K$, где конус

$$K = \left\{ y \in \mathbb{R}^q : \sum_{j=1}^{q} \lambda_j y_j \geq 0 : \forall \lambda_j \geq 0,\ j = 1, 2, \ldots, q;\ \sum_{j=1}^{q} \lambda_j c_j = 0 \right\}. \tag{4}$$

Поэтому далее будем считать, что $\alpha(t)$ содержится в конусе (4) при всех $t = 0, 1, \ldots, p$.

Будем предполагать также, что при каждом $y \in K$ многогранник (2) является ограниченным. Для этого необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство [8]

$$\left\{ z \in \mathbb{R}^n : z = \sum_{j=1}^{q} \lambda_j c_j \geq 0, j = 1, \ldots, q \right\} = \mathbb{R}^n.$$

Процесс управления строится следующим образом. В начальный момент времени задано начальное состояние $z(0)$. Выбирается управление $u(0)$ из множества $U(0) = A(\alpha(0))$. Тогда при реализовавшейся помехе $v(0)$ из множества $V(0)$ по формуле (1) реализуется состояние $z(1)$. Оно принимается за начальное. Далее управление строится по правилу, описанному выше.

Требуется построить управление, которое гарантирует при всех $t = 0, 1, \ldots, p$ выполнение включения

$$z(t) \in A(\beta(t)) \tag{5}$$

при любых допустимых реализациях помехи.

2. Построение управления

Вначале приведём некоторые вспомогательные понятия и утверждения.

Как известно [9], геометрическая разность двух множеств A и B из пространства $\mathbb{R}^n$ определяется следующим образом: $A \overset{*}{-} B = \{z \in R^n : z + B \subset A\}$. Если $A = \emptyset$, то $A \overset{*}{-} B = \emptyset$, (здесь $\emptyset$ — знак пустого множества).

Лемма 1. [7]. *Пусть A — многогранник вида* (2), B — компакт в $\mathbb{R}^n$, а $b_j = \max\limits_{z \in B} \langle c_j, z \rangle$, $b = (b_1, b_2, \ldots, b_q)$. Тогда $A \overset{*}{-} B = A(y - b)$, если $y \in K$.

Рассмотрим оператор T_t, который каждому числу $t = 1, 2, \ldots, p-1$ и каждому множеству $Y \subset \mathbb{R}^n$ ставит в соответствие множество $T_t(Y)$, определяемое следующим образом. Точка $z \in T_t(Y)$ тогда и только тогда, когда существует управление $u(t) \in A(\alpha(t))$, такое, что $z(t+1) = z - u(t) + v(t) \in Y$ при любой помехе $v(t) \in V(t)$. Положим, что $T_t(\emptyset) = \emptyset$. Тогда $T_t(Y) = \left(Y \overset{*}{-} V(t)\right) + A(\alpha(t))$.

Если множество $Y = A(\gamma)$, $\gamma \in K$, тогда, согласно (3) и лемме 1, $T_t(A(\gamma)) = \emptyset$ при $\gamma - b(t) \notin K$ и $T_t(A(\gamma)) = A(\gamma - b(t) + \alpha(t))$ при $\gamma - b(t) \in K$.

Определим при $t \leq p$ семейство множеств $W_k(t)$ следующим образом: $W_0(t) = A(\beta(t))$, $W_k(t) = A(\beta(t)) \cap T_t\left(W_{k-1}(t+1)\right)$, $k = 1, 2, \ldots, p$.

В статье доказана следующая теорема.

Теорема 1. [4]. *Пусть $p \geq 1$. Из начального положения $z(0)$ возможно осуществить включение* (5) *при любой реализации помехи тогда и только тогда, когда* $z(0) \in W_p(0)$.

Из теоремы 1 следует, что множество $W_k(t)$ задаётся с помощью системы линейных неравенств (2) с правой частью $y_j = \delta_j^{(k)}(t)$, $j = 1, 2, \ldots q$, $k = 1, 2, \ldots, p$. Причём $\delta_j^{(k)}(t)$ можно записать с помощью рекуррентных формул

$$\delta_j^{(0)}(t) = \beta_j(t), \quad \delta_j^{(k)}(t) = \min\left\{\beta_j(t);\ \delta_j^{(k-1)}(t+1) - b_j(t) + \alpha_j(t)\right\}, \tag{6}$$

$$\text{при } \delta_j^{(k-1)}(t+1) - b_j(t) \in K,\ j = 1, 2, \ldots, q,\ k = 1, 2, \ldots p.$$

Теорема 2. *Пусть выполнено условие* (3) *и заданы* $\delta_j^{(k)}(t)$ *формулами* (6), *тогда управление* u, *которое обеспечивает выполнение условий* (5) *при любой допустимой реализации помехи, является решением системы неравенств*

$$\langle c_j, u\rangle \le \alpha_j(t),\ j = 1, 2, \ldots, q, \tag{7}$$

$$\langle c_j, -u\rangle \le \delta_j^{(k-1)}(t+1) - b_j(t) - \langle c_j, z(t)\rangle\,,\ j = 1, 2, \ldots, q, \tag{8}$$

при

$$\delta_j^{(k-1)}(t+1) - b_j(t) \in K,\ j = 1, 2, \ldots, q,\ k = 1, 2, \ldots, p.$$

Доказательство. Пусть $z(t) \in A(\beta(t)) \cap T_t\left(W_{k-1}(t+1)\right)$, $k = 1, 2, \ldots, p$. Тогда $z(t) \in W_k(t) = A(\beta(t))$ и $z(t) \in T_t\left(W_{k-1}(t+1)\right)$, $k = 1, 2, \ldots, p$. Поэтому $z(t) \in \left(W_{k-1}(t+1) \overset{*}{-} V(t)\right) + A(\alpha(t))$, $k = 1, 2, \ldots, p$. Следовательно, $z(t) - u \in \left(W_{k-1}(t+1) \overset{*}{-} V(t)\right)$, $k = 1, 2, \ldots, p$, при некотором $u \in A(\alpha(t))$.

Из леммы 1 следует, что $W_{k-1}(t+1) \overset{*}{-} V(t) = A\left(\delta_j^{k-1}(t+1) - b_j(t)\right)$, $j = 1, 2, \ldots, q$. Поэтому существует управление $u \in A(\alpha(t))$, такое, что $z(t) - u \in A\left(\delta_j^{k-1}(t+1) - b_j(t)\right)$, т. е. u одновременно должно удовлетворять условиям

$$\langle c_j, u\rangle \le \alpha_j(t),\ j = 1, 2, \ldots, q,$$

$$\langle c_j, -u\rangle \le \delta_j^{(k-1)}(t+1) - b_j(t) - \langle c_j, z(t)\rangle\,,\ j = 1, 2, \ldots, q.$$

Значит, требуемое управление является решением системы неравенств (7), (8). □

Для решения системы линейных неравенств на сегодняшний день разработано достаточно много методов. Одним из них является метод релаксаций Агмона — Моцкина [10; 11]. Этот метод можно отнести к алгоритмам проекционного типа, использующим операцию ортогональной проекции на гиперплоскость. Показано [10], что если система линейных неравенств совместна, то метод сходится к решению системы.

Систему неравенств (7), (8) перепишем в общем виде

$$\langle \psi_i, u\rangle - \phi_i(t) \le 0,\ i = 1, 2 \ldots, 2q. \tag{9}$$

Далее через $L_i(u) = \langle \psi_i, u\rangle - \phi_i(t)$ обозначим левую часть неравенства системы (9), $i = 1, 2 \ldots, 2q$.

Запишем теперь алгоритм построения управления, которое обеспечивает удержание фазовой точки в заданном семействе множеств при любой допустимой реализации помехи, на основе метода релаксаций. Вначале задаём значение ϵ — критерий остановки алгоритма. Как правило, полагают $\epsilon = 0,001 \div 0,01$.

Для каждого момента времени $t = 0, 1, \ldots, p$ надо выполнить следующие шаги.

A. Пусть $\mu = 0$, выбираем произвольное управление $u^\mu(t) \in \mathbb{R}^n$.

B. Определим $I \subset \{1, \ldots, 2q\}$ — множество номеров линейных неравенств рассматриваемой системы (9), которые не выполняются при выбранном управлении $u^\mu(t)$, т. е. $I = \{i \mid L_i(u^\mu(t)) > 0\}$.

   Если $I = \emptyset$, то управление найдено $u(t) = u^\mu(t)$, переходим к шагу F, иначе выбираем индекс $i^* \in I$ из условия

$$i^* = \arg\max_{i \in I} \frac{-L_i(u^\mu(t))}{\|\psi_i\|^2}.$$

C. Строим управление по итерационной формуле $u^{\mu+1}(t) = u^{\mu}(t) + h \cdot \psi_{i^*}$, где

$$h = \frac{-L_i^*(u^{\mu}(t))}{\|\psi_{i^*}\|^2}.$$

D. Если $\|u^{\mu+1} - u^{\mu}\|^2 \leq \epsilon$, то полагаем $u(t) = u^{\mu+1}(t)$ и переходим к шагу F.

E. Присваиваем $\mu := \mu + 1$ и переходим к шагу B.

F. Конец.

3. Пример

Пусть дискретный процесс задан уравнениями

$$x_1(t+1) = x_1(t) - u_1(t) + v_1(t),$$

$$x_2(t+1) = x_2(t) - u_2(t) + v_2(t).$$

Число шагов p процесса управления известно, ограничения на выбор управления имеют вид

$$0 \leq u_1 \leq a_1,\ 0 \leq u_2 \leq a_2,$$

причём $a_1 \geq 1$, $a_2 \geq 1$. Множество значений помехи задаётся как

$$V = \left\{(v_1, v_2) : v_1^2 + v_2^2 \leq 1\right\}.$$

Цель процесса управления заключается в том, чтобы при всех $0 \leq t \leq p$ при любой реализации помехи выполнялись неравенства

$$0 \leq x_1(t) \leq d_1 = 2,5;\ 0 \leq x_2(t) \leq d_2 = 2,5. \tag{10}$$

Здесь векторы $c_1 = (1;0)$, $c_2 = (-1;0)$, $c_3 = (0;1)$, $c_4 = (0;-1)$. Поэтому $b_j = \max\limits_{v \in V} \langle c_j, v\rangle = 1$ при всех $j = 1,2,3,4$. Обозначим четырёхугольник, заданный с помощью системы векторов c_1, c_2, c_3, c_4, следующим образом:

$$A(y_1, y_2, y_3, y_4) = \{(x_1, x_2) : x_1 \leq y_1,\ -x_1 \leq y_2,\ x_2 \leq y_3,\ -x_2 \leq y_4\}. \tag{11}$$

Тогда для множества управлений получим $U(t) = A(a_1, 0, a_2, 0)$. Условие (10) запишется $(x_1(t), x_2(t)) \in A(d_1, 0, d_2, 0)$.

Отметим, что для многогранника вида (11) выполнено условие линейности (3). Конус для четырёхугольника (11) будет иметь вид

$$K = \{(y_1, y_2, y_3, y_4) : y_1 + y_2 \geq 0, y_3 + y_4 \geq 0\}.$$

Запишем (6) для рассматриваемого примера. Имеем

$$\delta_j^{(0)} = \beta_j, \quad \delta_j^{(k)} = \min\left\{\beta_j;\ \delta_j^{(k-1)} - b_j + \alpha_j\right\}, j = 1,2,3,4,\ k = 1,2,\ldots,p.$$

Найдём $\delta_1^{(0)} = d_1$, $\delta_2^{(0)} = 0$, $\delta_3^{(0)} = d_2$, $\delta_4^{(0)} = 0$,

$$\delta_1^{(1)} = \min\{\beta_1;\ \beta_1 - b_1 + \alpha_1\} = \min\{d_1;\ d_1 - 1 + a_1\} = d_1 = 2,5.$$

Здесь учтено, что $a_1 \geq 1$. Аналогично определяем $\delta_2^{(1)} = \min\{0;\ 0 - 1 + 0\} = -1$; $\delta_3^{(1)} = d_2 = 2,5$; $\delta_4^{(1)} = -1$. Условие непустоты выполнено, поскольку $d_1 \geq 1$, $d_2 \geq 1$.

Пусть начальное положение задано: $x_1(0) = 2$; $x_2(0) = 2$. Пусть процесс управления происходит в моменты времени $t = 0, 1$. При $t = 0$ система (7), (8) запишется в виде

$$\begin{cases} \langle c_1, u\rangle \le a_1; \\ \langle c_2, u\rangle \le 0; \\ \langle c_3, u\rangle \le a_2; \\ \langle c_4, u\rangle \le 0; \\ \langle c_1, -u\rangle \le \delta_1^{(0)} - b_1 - \langle c_1, x(0)\rangle ; \\ \langle c_2, -u\rangle \le \delta_2^{(0)} - b_2 - \langle c_2, x(0)\rangle ; \\ \langle c_3, -u\rangle \le \delta_3^{(0)} - b_3 - \langle c_3, x(0)\rangle ; \\ \langle c_4, -u\rangle \le \delta_4^{(0)} - b_4 - \langle c_4, x(0)\rangle . \end{cases}$$

Подставим в эту систему значения $\delta_j^{(0)}$, b_j, и векторы c_j, $x(0) = (x_1(0); x_2(0))$:

$$\begin{cases} u_1 \le a_1; \\ -u_1 \le 0; \\ u_2 \le a_2; \\ -u_2 \le 0; \\ -u_1 \le -0,5; \\ u_1 \le 1; \\ -u_2 \le -0,5; \\ u_2 \le 1. \end{cases}$$

После преобразования, учитывая, что $a_1 \ge 1$ и $a_2 \ge 1$, полученная система примет вид

$$\begin{cases} u_1 \le 1; \\ -u_1 \le -0,5; \\ u_2 \le 1; \\ -u_2 \le 0,5. \end{cases}$$

Применим теперь алгоритм построения управления. Задаём значение $\epsilon = 0,01$. Здесь $L_1(u) = \langle c_1, u\rangle - 1$; $L_2(u) = \langle c_2, u\rangle + 0,5$; $L_3(u) = \langle c_3, u\rangle - 1$; $L_4(u) = \langle c_4, u\rangle + 0,5$. Возьмём $u^\mu(0) = (0; 0)$, найдём $L_1(u^\mu(0)) = 1 < 0$; $L_2(u^\mu(0)) = 0,5 > 0$; $L_3(u^\mu(0)) = -1 < 0$; $L_4(u) = 0,5 > 0$. Поэтому множество номеров линейных неравенств рассматриваемой системы, которые не выполняются при выбранном управлении $u^\mu(0)$, будет $I = \{2; 4\}$.

Определяем i^*, для этого находим

$$\max\left\{\frac{-L_2(u^\mu(0))}{\|c_2\|^2}; \frac{-L_4(u^\mu(0))}{\|c_4\|^2}\right\} = \max\left\{\frac{-0,5}{1}; \frac{-0,5}{1}\right\} = -0,5.$$

Пусть $i^* = 2$, построим управление по итерационной формуле

$$u^{\mu+1}(0) = u^\mu(0) + \frac{-L_2(u^\mu(0))}{\|c_2\|^2} \cdot c_2.$$

Получаем $u_1^{\mu+1}(0) = 0 - 0,5 \cdot (-1) = 0,5$; $u_2^{\mu+1}(0) = 0 - 0,5 \cdot 0 = 0$. Теперь имеем управление $u^{\mu+1}(0) = (0,5; 0)$.

Условие $\|u^{\mu+1} - u^\mu\|^2 = 0,25 \le \epsilon$ не выполняется, поэтому процедура повторяется при $u^\mu(0) = (0,5; 0)$. Снова найдём $L_1(u^\mu(0)) = -0,5 < 0$; $L_2(u^\mu(0)) = 0$; $L_3(u^\mu(0)) = -1 < 0$; $L_4(u) = 0,5 > 0$. Множество номеров линейных неравенств рассматриваемой системы, которые не выполняются при выбранном управлении $u^\mu(0)$, будет $I = \{4\}$. Построим управление по итерационной формуле

$$u^{\mu+1}(0) = u^\mu(0) + \frac{-L_4(u^\mu(0))}{\|c_4\|^2} \cdot c_4.$$

Получаем $u_1^{\mu+1}(0) = 0,5 - 0,5 \cdot 0 = 0,5$; $u_2^{\mu+1}(0) = 0 - 0,5 \cdot (-1) = 0,5$; управление $u^{\mu+1}(0) = (0,5; 0,5)$. Условие $\|u^{\mu+1} - u^\mu\|^2 = 0,25 \le \epsilon$ снова не выполняется, и процедура повторяется при $u^\mu(0) = (0,5; 0,5)$.

Имеем $L_1(u^\mu(0)) = -0,5 < 0$; $L_2(u^\mu(0)) = 0$; $L_3(u^\mu(0)) = -1 < 0$; $L_4(u) = 0$; $I = \emptyset$. Это означает, что управление найдено: $u(0) = (0,5; 0,5)$.

Далее предположим, что реализовалась помеха, $v(0) = (0,25; 0,25)$. Тогда реализуется новое состояние управляемой системы: $x_1(1) = 2 - 0,5 + 0,25 = 1,75$, $x_2(1) = 2 - 0,5 + 0,25 = 1,75$. Полученное состояние удовлетворяет условию (10).

Подобная процедура построения управления повторяется также при $t = 1$. Выполнив эту процедуру, получим управление $u(1) = (0,25; 0,25)$. Пусть реализовалась помеха, $v(0) = (-0,5; -0,5)$. Получим новое состояние управляемой системы $x_1(2) = 1,75 - 0,25 - 0,5 = 1$, $x_2(2) = 1,75 - 0,25 - 0,5 = 1$. Полученное состояние также удовлетворяет условию (10).

Список литературы

1. **Ухоботов, В. И.** К построению стабильного моста в игре удержания / В. И. Ухоботов // Приклад. математика и механика. — 1981. — Т. 45, вып. 2. — С. 236–240.
2. **Ухоботов, В. И.** Дифференциальная игра удержания / В. И. Ухоботов // Техн. кибернетика. — 1984. — Т. 22, вып. 3. — С. 53–59.
3. **Ухоботов, В. И.** Динамическая задача управления при наличии помехи и с заданным множеством моментов коррекции / В. И. Ухоботов, И. С. Стабулит // Вестн. Удмурт. ун-та. Математика. Механика. Компьютерные науки. — 2018. — Т. 28, вып. 1. — С. 74–81.
4. **Ухоботов В. И.** Управление дискретной динамической системой с помехой / В. И. Ухоботов, С. А. Никитина // Итоги науки и техники. Сер. Соврем. математика и её приложения. Темат. обзоры. — 2019. — Т. 168. — С. 105–113.
5. **Пропой, А. И.** Элементы теории оптимальных дискретных процессов / А. И. Пропой. — М. : Наука, 1973. — 256 с.
6. **Шориков, А. Ф.** Алгоритм адаптивного минимаксного управления для процесса преследования-уклонения в дискретных системах / А. Ф. Шориков // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. — 2000. — Т. 6, № 2. — С. 515–535.
7. **Ухоботов, В. И.** К построению стабильных мостов / В. И. Ухоботов // Приклад. математика и механика. — 1980. — Т. 44, вып. 5. — С. 934–938.
8. **Пшеничный, Б. Н.** Выпуклый анализ и экстремальные задачи / Б. Н. Пшеничный. — М. : Мир, 1980. — 319 с.
9. **Понтрягин, Л. С.** Линейные дифференциальные игры. II / Л. С. Понтрягин // Докл. АН СССР. — 1967. — Т. 175, № 4. — С. 764–766.
10. **Agmon, S.** The relaxation method for linear inequalities / S. Agmon // Canadian Journal of Mathematics. — 1954. — Vol. 6. — P. 382–392.
11. **Motzkin, T. S.** The relaxation method for linear inequalities / T. S. Motzkin, I. J. Schoenberg // Canadian Journal of Mathematics. — 1954. — Vol. 6. — P. 393–404.

Поступила в редакцию 25.06.2020
После переработки 17.08.2020

Сведения об авторах

Никитина Светлана Анатольевна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры теории управления и оптимизации, Челябинский государственный университет, Челябинск, Россия; e-mail: nikitina@csu.ru.

Ухоботов Виктор Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теории управления и оптимизации, Челябинский государственный университет, Челябинск, Россия; e-mail: ukh@csu.ru.

Chelyabinsk Physical and Mathematical Journal. 2020. Vol. 5, iss. 3. P. 306–315.

DOI: 10.47475/2500-0101-2020-15305

ON A PROBLEM OF RESERVES CONTROL IN THE PRESENCE OF AN INTERFERENCE

S.A. Nikitina[a], **V.I. Ukhobotov**[b]

Chelyabinsk State University, Chelyabinsk, Russia
[a]*nikitina@csu.ru,* [b]*ukh@csu.ru*

An approach is proposed to solving the problem of reserves control in the discrete case. A controlled process whose duration is known is considered. The problem of retaining a phase point in a given family of sets at discrete time instants is solved. The case is considered when the control vectogram and the given family of sets are polyhedra defined using the system of linear inequalities. It is assumed that a certain linearity property is fulfilled for polyhedrals. An algorithm for constructing a control is written, which ensures the retention of the phase point in a given family of sets for any permissible implementation of the interference. In the practical part of the work, the application of the obtained results is shown by an example.

Keywords: *discrete control problem, reserves control problem, polyhedral control set, retention problem.*

References

1. **Ukhobotov V.I.** On the construction of a stable bridge in a retention game. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1981, vol. 45, no. 2, pp. 169–172.
2. **Ukhobotov V.I.** Differentsial'naya igra uderzhaniya [Differential retention game]. *Tekhnicheskaya kibernetika* [Technical cybernetics], 1984, vol. 22, no. 3, pp. 53–59. (In Russ.).
3. **Ukhobotov V.I., Stabulit I.S.** Dinamicheskaya zadacha upravleniya pri nalichii pomekhi i s zadannym mnozhestvom momentov korrektsii [Dynamic control problem in the presence of an interference and with a given set of correction moments]. *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki* [The Bulletin of Udmurt University. Mathematics. Mechanics. Computer Sciences], 2018, vol. 28, no. 1, pp. 74–81. (In Russ.).
4. **Uhobotov V.I., Nikitina S.A.** *Upravleniye diskretnoy dinamicheskoy sistemoy s pomekhoy* [Control of discrete dynamic system with an interference] *Itogi nauki i tehniki. Ser. Sovremennaya matematika i yeyo prilozheniya. Tematicheskiye obzory* [Results of science and technics. Ser. Contemporary mathematics and its applications], 2019, vol. 168, pp. 106–113. (In Russ.).
5. **Propoy A.I.** *Elementy teorii optimal'nykh diskretnykh protsessov* [Elements of the theory of optimal discrete processes]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 256 p. (In Russ.).
6. **Shorikov A.F.** Algoritm adaptivnogo minimaksnogo upravleniya dlya protsessa presledovaniya-ukloneniya v diskretnykh sistemakh [Adaptive minimax control algorithm for the pursuit-evasion process in discrete systems]. *Trudy Instituta matematiki i mehaniki UrO RAN* [Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics of UB RAS], 2000, vol. 6, no. 2, pp. 515–535. (In Russ.).
7. **Ukhobotov V.I.** On the construction of stable bridges. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1980, vol. 44, no. 5, pp. 659–662.

The work is supported by the Russian Foundation for Basic Research, project 18-01-00264_a.

8. **Pshenichny B.N.** *Vypuklyy analiz i ekstremal'nye zadachi* [Convex analysis and extremal problems]. Moscow, Mir Publ., 1980. 319 p. (In Russ.).
9. **Pontryagin L.S.** Lineynye differentsial'nye igry. II [Linear differential games. II]. *Reports of the USSR Academy of Sciences*, 1967, vol. 175, no. 4, pp. 764–766. (In Russ.).
10. **Agmon S.** The relaxation method for linear inequalities. *Canadian Journal of Mathematics*, 1954, vol. 6, pp. 382–392.
11. **Motzkin T.S., Schoenberg I.J.** The relaxation method for linear inequalities. *Canadian Journal of Mathematics*, 1954, vol. 6, pp. 393–404.

Accepted article received 25.06.2020
Corrections received 17.08.2020